

Investigating the effect of sediment on flood occurrence in the Qarasu River catchment using copula functions

Zeynab Alsadat Mousavi¹, Mahmoud Reza Mollaeinia^{2*}, Seyed Morteza Mohammadi³

¹Master's student, Civil Engineering Department, Faculty of Technology and Engineering, University of Zabol, Zabol.

²Associate Professor, Civil Engineering Department, Faculty of Technology and Engineering, University of Zabol, Zabol.

³Assistant Professor, Department of Statistics, Faculty of Basic Sciences, University of Zabol, Zabol.

Corresponding Author's Email: m_mollaeinia@uoz.ac.ir

Received: 03 Aug. 2023
Accepted: 18 Dec. 2023



Homepage: ijwer.uoz.ac.ir

Abstract: The multi-dimensionality of the flood phenomenon causes us to not be able to get an accurate estimation of flood characteristics with one-variable analysis. Moreover, multi-dimensional analysis usually includes the variables of peak flow, volume, and duration of flood. Meanwhile, other variables, such as sediment, can affect the occurrence of floods. This research examined the effect of sediment on the occurrence of floods using copula functions of two variables of volume and flood sediment in the Qarasu River catchment in a statistical period of 41 years. The results revealed that the Weibull distribution is the most suitable marginal distribution, and the Frank copula function can well create the bivariate distribution of volume and flood sediment. Furthermore, the estimated return period of the bivariate showed that the sediment parameter has a significant effect on the return period. However, it is decreased in the case of {or} and increased in the case of {and}.

Keywords: Flood Variables, Bivariate Frequency Analysis, Family of elliptic and Archimedean copulas, Joint return periods.

Introduction: Flood frequency analysis is necessary for properly designing hydraulic structures related to flooding and reducing damages caused by it (Nashwan et al., 2018). In the past, only a single variable analysis of flood peak discharge was used to investigate the probable flood hazard. While the hydrological processes, including the flood phenomenon, are usually multi-dimensional and by studying them individually, due to the dependence of these variables together, correct results will not be obtained (Cunnane, 1988; Laio et al., 2011; Dawdy et al., 2012). For this multivariate analysis, it is recommended to use the copula functions presented by Sklar in 1959 (Afsharypour et al., 2018; Favre et al., 2004; Papaioannou et al., 2016; Salvadori, and De Michele, 2004; Sraj et al., 2015). These functions were first used in 2003 by De-Michele and Salvadori (2003) to analyze rainfall (with two variables, intensity, and duration of rainfall) in hydrology. After that, they were also used to analyze drought and flood phenomena (Shiau, 2006; Omidi et al., 2010; da Rocha et al., 2020; Poonia et al., 2021).

Zhang and Singh (2006) used copula functions and three variables of peak discharge, flood volume, and duration in order to analyze the frequency of two flood variables. Chen and Lin (2016), Using Archimedean copula functions and the data of two variables, peak flow and flood volume, investigated the frequency of bivariate discontinuous floods in Dadu River, China. In order to investigate the risk of flooding in Arizona, Zhong et al. (2020) used the data of peak discharge, duration, rainfall indicators, the family of Archimedean and elliptic joint functions, and the Apriori Algorithm.

An overview of the conducted research indicates that 1) the use of copula functions to analyze the frequency of flood phenomenon is very efficient, and 2) so far, the frequency analysis of two flood variables has not been done by using two variables of flood, volume and sediment, and copula functions. Sediment reduces the river transfer capacity and the efficiency of flood control structures (Hooke, 2019; Yuntian et al., 2019).

In this research, elliptic and Archimedean copula functions are used to analyze the flood frequency caused by the two variables of flood volume and sediment in the Qarasu River catchment.

Methodology: The catchment area of the Qarasu River is in the west of Iran (Fig. 2). For the bivariate analysis of floods in this basin, we first drew a schematic hydrograph like Fig. 2 using Excel software. Then, we determined the most appropriate marginal distribution for both variables with the help of Easyfit software. After that, we obtained the correlation between the variables through Kendall tau (Eq. ۲)) and Spearman (Eq. ۳)) correlation coefficients. Then, we fitted all elliptic and Archimedean copula functions on this pair of variables, and by using the Cramer von Mises test and the criteria of the logarithm of the likelihood function, the Root Mean Square Error and Akaike and Bayesian information (Eqs. ۱۴)-۱۹)) we determined the most suitable copula function. Finally, using the selected copula function, we obtained the bivariate return period in two states {or} and {and} (Eqs. ۲۴)) and ۲۵)) and compared it with the single variable return period (Eqs. ۲۰)) and ۲۱)). All these steps are done using coding in R software.

Results and Discussion: To determine the values of flood volume and sediment variables, the daily flow data from 1974 to 2004 belonging to Doab-Merg station were used, and the statistical characteristics of these variables are summarized in Table 3. Table 4 illustrates that the Weibull distribution the best marginal distributions for both flood volume and sediment variables. The positive and strong correlation between the two variables of volume and flood sediment (Table 5) showed that the method of copula functions can be used to model these two variables. The magnitudes of Cramer von Mises test and the logarithm of the likelihood function, the Root Mean Square Error, and Akaike and Bayesian information, show the Frank copula function is a more appropriate function in displaying the dependence structure between the two variables of volume and flood sediment (Table 6). Then, using the Frank copula function, the common return period was calculated in {or} and {and} modes. It was found that the common return period in the {and} state is greater than the {or} state and the single variable return period and vice versa (جدول ۷). This is a sign of the variable impact of sediment on the flood return period.

Finally, by analyzing the results obtained from the return period in univariate and bivariate mode, it can be said that the use of bivariate analysis of the flood phenomenon is much more efficient than the univariate mode and reduces possible flood risks. Therefore, it is suggested that more variables be used in future research to analyze the flood phenomenon.

Conclusion: Overall, the results show that 1) Flood bivariate analysis is very efficient because it well describes the dependence between the volume and sediment variables of the flood, and the more the number of these variables increases, the more detailed the analysis. 2) In addition, the sediment variable has an effect on the occurrence of floods in the Qarasu catchment area. Because it has a positive and strong correlation with the flood volume variable, by considering it, the common return period in the {and} state became larger than the common return period in the {or} state and the single variable return period. 3) it is also more suitable for designing aspects to use the results of the return period in {and} mode.

© 2022 University of Zabol, Zabol, Iran.



This is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0 license) (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

بررسی اثر رسوب بر وقوع سیلاب در حوضه آبریز رودخانه قره‌سو با استفاده از تابع‌های مفصل

زینب السادات موسوی^۱، محمود رضا ملائی نیا^{۲*}، سید مرتضی محمدی^۳

^۱دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه زابل، زابل.
^۲دانشیار گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه زابل، زابل.
^۳استادیار گروه آمار، دانشکده علوم پایه، دانشگاه زابل، زابل.

پست الکترونیکی نگارنده مسئول: m_mollaienya@uoz.ac.ir

وبگاه نشریه: ijwer.uoz.ac.ir



تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۵/۱۲

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۹/۲۷

چکیده: تاکنون پژوهش‌های انجام‌شده در زمینه تحلیل سیلاب با استفاده از تابع‌های مفصل^۱، معمولاً با متغیرهای مرسوم دبی اوج، حجم و مدت‌زمان سیل انجام شده است؛ در حالی‌که، متغیرهای دیگری از جمله رسوب نیز می‌توانند با تنه‌شدن در بستر رودخانه و کم کردن ظرفیت انتقال رودخانه و عمر مفید سدها بر وقوع سیلاب اثرگذار باشند. این پژوهش اثر متغیر رسوب بر وقوع سیلاب را در حوضه آبریز رودخانه قره‌سو در یک دوره آماری ۴۱ ساله (سال‌های ۱۳۵۳ تا ۱۳۹۳)، با استفاده از تابع‌های مفصل ارشمیدسی و بیضوی^۲ و دو متغیر حجم و رسوب سیل بررسی می‌کند. برای این منظور، ابتدا توزیع ویبول^۳ به‌عنوان مناسب‌ترین توزیع حاشیه‌ای دو متغیر حجم و رسوب سیل تعیین شد. سپس تابع مفصل فرانک^۴ با داشتن کمترین مقدارهای آماره کرامر فون میزس^۵ (۰/۰۲۱۹)، معیارهای اطلاعات آکائیکه^۶ (۲۳/۷۶۰۴-)، بی‌زی^۷ (۲۲/۰۴۶۸-) و ریشه میانگین مربعات خطا^۸ (۰/۰۲۳۱)، و بیشترین مقدار لگاریتم تابع درست‌نمایی^۹ (۱۲/۸۸۰۲)، به‌عنوان مناسب‌ترین تابع مفصل جهت ایجاد توزیع دو متغیره حجم و رسوب سیل برگزیده شد. در نهایت، محاسبه و مقایسه دوره بازگشت توأم^{۱۰} در حالت‌های {یا} و {و} با یکدیگر و با دوره بازگشت حالت تک‌متغیره^{۱۱} نشان داد که در نظر گرفتن پارامتر رسوب سبب کاهش و افزایش دوره بازگشت به ترتیب در حالت {یا} و {و} می‌شود که این نشانه تاثیر رسوب بر دوره بازگشت سیل است.

کلیدواژگان: متغیرهای سیل، تحلیل فراوانی دو متغیره، خانواده مفصل‌های بیضوی و ارشمیدسی، دوره بازگشت توأم.

۱- مقدمه

تهدید کند، قادر است نقش مهم و مفیدی نیز در عملکرد محیط ایفا کند، به نحوی که حتی برای برخی از اکوسیستم‌های خاص، مفید و ضروری باشد. از این رو، گرچه نمی‌توان

پدیده سیلاب^{۱۲} ضمن آن‌که می‌تواند زندگی و سلامت انسان‌ها، محیط‌زیست، میراث فرهنگی و زیرساخت‌ها را

⁷ Bayesian information criterion

⁸ Root-Mean-Square Error (RMSE)

⁹ Likelihood function

¹⁰ Joint return periods

¹¹ Single Variable

¹² Flood

¹ Copula functions

² Archimedean and Elliptical Copulas

³ Weibull distribution

⁴ Frank Copula function

⁵ Cramér-von Mises criterion

⁶ Akaike information criterion

تصویر بکشند. آن‌ها همچنین محاسبات مربوط به دوره بازگشت را نیز ساده‌تر می‌کنند (Afsarypour et al., 2018; Latif and Mustafa, 2020; Chebana and Ouarda, 2011; Favre et al., 2004; Papaioannou et al., 2016; Fan et al. 2016, Salvadori and C. De Michele, 2004; Sklar, 1959; Sraj et al., 2015).

همین موضوع سبب شد تا در سال ۲۰۰۳ تابع‌های مفصل برای نخستین بار وارد هیدرولوژی شده و توسط دی میچل و سالوادوری به منظور تحلیل دومتغیره پدیده بارندگی (با دو متغیر شدت و مدت بارش) به کار گرفته شوند (Salvadori, G. and C. De Michele, 2003). پس از آن، تابع‌های مفصل برای تحلیل پدیده‌های خشک‌سالی و سیلاب نیز استفاده شدند (Shiau, 2006; Omid M et al., 2010; da Rocha Júnior et al., 2020; Poonia et al., 2021).

ژانگ و سینگ (Zhang and Singh, 2006) به منظور تحلیل فراوانی دومتغیره سیلاب، از تابع‌های مفصل گامبل-هوگارد، علی-میکائیل-حق^۱ (AMH)، فرانک و کوک جانسون^۲ و سه متغیر دی اوج، حجم و مدت‌زمان سیل استفاده نمودند و نتایج حاصل را با نتایج به‌دست‌آمده از دو توزیع مختلط گامبل^۳ و نرمال باکس-کاکس دومتغیره مقایسه کردند. نتیجه حاصل، نشان از برتری توزیع تابع مفصل بر دو توزیع دیگر داشت.

چوداری و همکاران (Chowdhary, et al. 2011) تابع‌های مفصل کلایتون، فرانک، علی-میکائیل-حق، فارلی-گامبل-مورگنسترن^۴ (FGM)، گالامبوس^۵ و گامبل-هوگارد^۶ (GH) را جهت شناسایی بهترین مفصل برای مدل‌سازی جفت‌متغیر دی اوج و حجم سیل برازش دادند. سپس با کمک آزمون‌های عددی و گرافیکی نیکویی برازش دریافتند که تابع مفصل کلایتون مناسب‌تر است. همچنین تابع‌های مفصل علی-میکائیل-حق و فارلی-گامبل-مورگنسترن برای این پژوهش مناسب نیستند، زیرا آن‌ها به‌اندازه مناسب جامع نبودند که بتوانند دامنه وابستگی لازم برای کاربردهای هیدرولوژیکی را فراهم سازند.

از وقوع سیلاب‌های شدید جلوگیری کرد، اما می‌توان تحلیل و بررسی فراوانی و بزرگی آن‌ها را بخشی از مدیریت و حاکمیت منطقی آب دانست. با این کار ضمن کنترل کردن درست سیلاب و کاهش خسارت‌های آن، می‌توان آب حاصل از سیلاب را به کمک سدهای مخزنی جمع‌آوری و برای تامین آب در فصول خشک، آبیاری، تفریح، و تولید نیرویی برق‌آبی به کار گرفت (Guo et al., 2004; Bruwier et al., 2015; Kundzewicz et al., 2018; Graf, 2021; Matczak and Hegger, 2021; Perz et al., 2023).

بنابراین، تحلیل و بررسی فراوانی سیلاب به‌منظور شناسایی، برنامه‌ریزی و مدیریت خطرات سیل و همچنین برآورد دوره بازگشت مورد استفاده قرار گرفت (Salvadori et al., 2007; Hamed and Rao, 2019). در گذشته تحلیل پدیده سیلاب در چارچوب تک‌متغیره دی اوج انجام می‌شد، در حالی که، سیلاب یک پدیده طبیعی چندبعدی است و نه تنها با متغیر دی اوج، بلکه با متغیرهای دیگری از جمله حجم، مدت‌زمان و ... نیز مشخص می‌شود و تحلیل تک‌متغیره آن نمی‌تواند ارزیابی دقیق و کاملی از شدت سیلاب ارائه دهد. زیرا این متغیرها به یکدیگر وابسته هستند و بر یکدیگر اثر می‌گذارند (Cunnane, 1988; Laio et al., 2011; Dawdy et al., 2012; Li et al., 2022).

پژوهش‌هایی که تاکنون در زمینه تجزیه و تحلیل دو یا چند متغیر پدیده سیلاب انجام شده است نشان می‌دهند که استفاده از مدل‌های چندمتغیره کلاسیک در حالتی که متغیرهای سیل دارای تابع‌های توزیع حاشیه‌ای متفاوتی باشند، موجب پیچیده شدن روابط می‌شود. از این رو، در سال‌های اخیر نظریه تابع‌های مفصل که در سال ۱۹۵۹ توسط اسکالر ارائه شده است، به‌صورت گسترده در همه زمینه‌های هیدرولوژی از جمله پدیده سیل مورد استفاده قرار می‌گیرد؛ زیرا این تابع‌ها با انعطاف‌پذیری که دارند می‌توانند به‌صورت جداگانه توزیع‌های حاشیه‌ای تک‌متغیره و ساختار وابستگی بین آن‌ها را بیان کنند. علاوه بر این، تنوع زیاد تابع‌های مفصل باعث می‌شود تا آن‌ها بتوانند طیف وسیعی از ساختارهای وابستگی بین متغیرهای هیدرولوژیکی را به-

⁴ Farlie-Gumbel-Morgenstern

⁵ Galambos

⁶ Gumbel-Hoogaurd

¹ Ali-Milhal-Haq

² Cook-Johnson

³ Gumbel

شرطی و دوره بازگشت توام را نیز محاسبه کردند و دریافتند که جهت کاهش آسیب‌های برآمده از سیلاب باید در طراحی‌ها از تحلیل چندمتغیره پدیده سیلاب استفاده شود.

استفاده از تابع‌های مفصل ارشمیدسی و داده‌های دو متغیر دبی اوج و حجم سیل مربوط به ایستگاه دانبا در رودخانه دادو در چین، به‌منظور بررسی فراوانی سیل نشان داد که روش تابع‌های مفصل به‌دلیل جداسازی حاشیه‌ها از ساختار وابستگی متغیرها که موجب سادگی تحلیل می‌شود، روش بسیار کارآمدی برای تحلیل پدیده سیلاب است (Chen and Lin, 2016).

بررسی خطر وقوع سیلاب بر سد تارابا در پاکستان با استفاده از دو متغیر دبی اوج و حجم سیل و تابع‌های مفصل فرانک، گامبل، کلایتون و جو نشان داد که: (۱) تابع مفصل گامبل جهت مدل‌سازی دو متغیره سیلاب مناسب‌تر است؛ (۲) استفاده از دوره بازگشت دو متغیره جهت تحلیل سیلاب و طراحی سازه‌های مرتبط با آن بهتر می‌باشد (Naz, et al., 2019).

بررسی خطر وقوع سیلاب در آریزونا (در ایالات متحده) با استفاده از داده‌های دبی اوج (Q)، مدت‌زمان (D) و شاخص-های بارندگی و خانواده تابع مفصل‌های ارشمیدسی (گامبل، کلایتون و فرانک) و بیضوی (تی و نرمال^۳) و الگوریتم اپریوری نشان داد که متغیر مدت‌زمان سیل در مقایسه با دو متغیر دبی اوج و شاخص‌های بارندگی اثر کمتری بر وقوع سیلاب دارد (Zhong et al., 2020).

گودرزی و همکاران (Goodarzi et al., 2020) با استفاده از تابع مفصل گامبل-هوگارد و دو متغیر دبی اوج و حجم سیل، سیلاب حوزه آبی‌چای (واقع در استان آذربایجان شرقی) را بررسی نمودند و دریافتند که: (۱) مفصل گامبل-هوگارد برای تحلیل دو متغیره سیلاب در این حوزه عملکرد مناسبی داشته و (۲) برای طراحی و کاهش خطرات سیلاب استفاده از دوره بازگشت دو متغیره در مقایسه با دوره بازگشت تک‌متغیره مناسب‌تر است.

بررسی پژوهش‌های پیشین بیان می‌کند که: (۱) تابع‌های

تحلیل فراوانی دو متغیره پدیده سیلاب با استفاده از تابع‌های مفصل و داده‌های دو متغیر دبی اوج و حجم سیل ۳ روزه و ۱۵ روزه مربوط به سیل‌های تاریخی سال‌های ۱۸۸۲ تا ۲۰۰۹ مخزن سه دهانه^۱ (TGR) در حوضه رودخانه یانگ-تسه انجام گردید. جهت برآورد پارامترهای تابع توزیع‌های حاشیه‌ای، روش تابع استنتاج اصلاح‌شده برای حاشیه‌ها^۲ (MIFM) استفاده شد. سپس مفصل گامبل-هوگارد با کمک آزمون‌های نیکویی برازش، برگزیده و با استفاده از آن دوره بازگشت دو متغیره محاسبه گشت. نتایج حاصل از مقایسه دوره بازگشت تک و دو متغیره حاکی از برتری دوره بازگشت دو متغیره بود (Li et al., 2013).

خو و همکاران (Xu K. et al., 2014) جهت بررسی اثر هم‌زمان بارش شدید باران و جزر و مد بر وقوع پدیده سیلاب در منطقه ساحلی فوژو (در سال‌های ۱۹۵۲ تا ۱۹۸۴ و ۱۹۸۵ تا ۲۰۰۹) از تابع‌های مفصل استفاده نمودند. با استفاده از آزمون‌های نیکویی برازش دریافتند که تابع‌های مفصل گامبل و فرانک به‌ترتیب برای مدل‌سازی این جفت‌متغیر در بازه زمانی سال‌های ۱۹۵۲ تا ۱۹۸۴ و ۱۹۸۵ تا ۲۰۰۹ مناسب هستند. سپس با استفاده از مفصل‌های برگزیده، دوره بازگشت توام برای هر بازه را محاسبه کردند و دریافتند که از سال ۱۹۸۴ به بعد احتمال آن‌که سیلی در اثر وقوع هم‌زمان این دو متغیر رخ دهد، بیشتر شده است؛ از همین رو جهت طراحی و مدیریت سازه‌های مرتبط با سیل و کاهش خسارات در مناطق ساحلی لازم است تا اثر هم‌زمان بارندگی و جزر و مد دریا بر خطر وقوع سیلاب در نظر گرفته شود.

سالاری و همکاران (Salari, m., et al., 2015) خطر وقوع سیلاب دو متغیره در حوضه رودخانه کارون را با کمک خانواده تابع مفصل‌های ارشمیدسی (کوک-جانسون، علی-میکائیل-حق و گامبل-هوگارد) بررسی نمودند. جهت انجام این کار سه متغیر دبی اوج، حجم و مدت‌زمان سیل را در نظر گرفتند و با کمک آزمون‌های نیکویی برازش، تابع مفصل گامبل-هوگارد را جهت مدل‌سازی همه جفت‌متغیرها برگزیدند. سپس با استفاده از آن، تابع‌های توزیع تجمعی

³ Normal

¹ Three Gorges Reservoir

² Modified Inference Functions for Margins

Grams and Schmidt, 2005;) کنترل سیل می‌شود (Mahabaleshwara and Nagabhushan, 2014; Hooke, 2019; Wang Qi et al., 2021; Yuntian et al., 2019).

از سوی دیگر، حوضه آبریز رودخانه قره‌سو که با مساحت ۵۳۵۴ کیلومتر مربع در استان کرمانشاه واقع شده، همواره در معرض سیلاب‌های شدیدی قرار داشته و خسارت‌های فراوانی را به خود دیده است (از جمله آن‌ها می‌توان به سیل سال ۱۳۹۸ اشاره نمود که خسارت‌های زیادی به زمین‌های کشاورزی و زیرساخت‌ها وارد ساخت) (Karampoor et al., 2016, Mohamadi et al., 2021). همین امر موجب شده است تا تحلیل سیلاب در این منطقه از اهمیت بالایی برخوردار باشد. از این‌رو، در این پژوهش برای اولین بار اثر رسوب بر وقوع سیلاب در حوضه آبریز رودخانه قره‌سو با استفاده از تابع‌های مفصل بیضوی و ارشمیدسی بررسی می‌گردد تا به کمک آن بتوان خطر سیلاب در این منطقه را تحلیل نمود.

مفصل جهت تحلیل فراوانی پدیده سیلاب بسیار کارآمد هستند و ۲) تاکنون تحلیل فراوانی دومتغیره سیلاب با استفاده از دو متغیر حجم و رسوب سیل و تابع‌های مفصل انجام نشده است؛ درحالی‌که رسوب یکی از متغیرهایی است که می‌تواند بر پدیده سیلاب و خسارت‌های ناشی از آن اثرگذار باشد. درواقع هنگام وقوع بارندگی، قطره‌های باران هم به‌عنوان یک عامل مرطوب‌کننده و هم به‌عنوان یک منبع انرژی عمل می‌کنند و باعث جدا شدن ذرات موجود در خاک می‌شوند؛ زیرا با زیاد شدن رطوبت خاک میزان مقاومت برشی خاک کاهش یافته و جریان سطحی یک تنش برشی بر روی سطح ایجاد می‌کند که این امر موجب جداشدگی و انتقال ذرات خاک می‌شود. حال اگر ظرفیت انتقال جریان کمتر از مقدار ذرات در حال انتقال باشد، بخشی از این ذرات ته‌نشین شده و رسوب‌گذاری رخ می‌دهد (شکل ۱). این رسوب‌گذاری باعث کم شدن ۱- عمر مفید سدها، ۲- ظرفیت انتقال رودخانه و ۳- کارایی سازه‌های

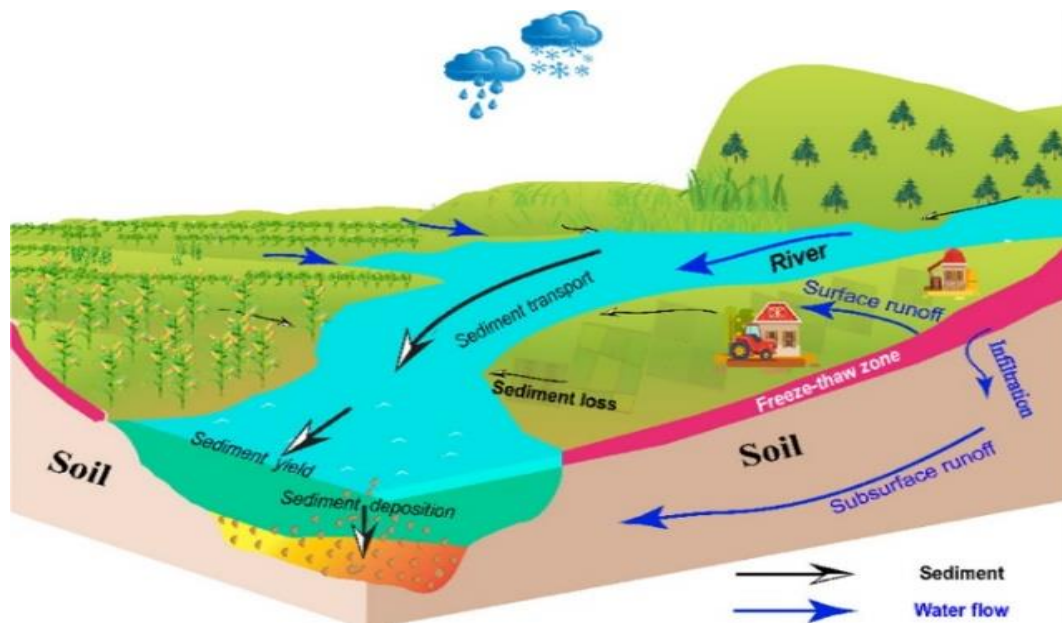


Fig. 1 Schematic of the relationship between hydrological processes, soil erosion, sediment transport, and subsequent sedimentation in a basin (Wang Qi et al., 2021).

شکل ۱ شماتیک ارتباط بین فرآیندهای هیدرولوژیکی، فرسایش خاک، انتقال رسوب و در پی آن رسوب‌گذاری در یک حوضه (Wang, Qi et al., 2021).

۲- مواد و روش‌ها

۲-۱- منطقه مورد مطالعه

در این پژوهش جهت تحلیل دومتغیره پدیده سیلاب از داده‌های ثبت شده در ایستگاه هیدرومتری دوآب مرگ واقع در حوضه آبریز رودخانه قره‌سو (در استان کرمانشاه و در قسمت شمال غربی حوزه آبخیز کرخه) استفاده شده است. این ایستگاه که در سال ۱۳۵۳ تاسیس شده و وسعت آن ۱۲۶۰ کیلومترمربع است، در بین طول جغرافیای ۴۷ درجه و ۴۷ دقیقه و عرض جغرافیایی ۳۴ درجه و ۳۳ دقیقه قرار دارد (Zeraati and Zounemat-Kermani, 2018).

موقعیت حوضه آبریز قره‌سو و ایستگاه دوآب-مرگ در استان کرمانشاه در شکل ۲ نشان داده شده است (Mohamadi, et al., 2021).

۲-۲- تعیین مشخصه‌های سیل

به منظور تعیین مشخصه‌های حجم و رسوب سیل، ابتدا هیدروگراف سیل مانند شکل ۳ رسم و مقدار جریان پایه از حجم کل جریان کاسته می‌شود تا حجم خالص سیلاب به-

دست آید. برای این کار نقطه شروع سیلاب (نقطه A، جایی که هیدروگراف، افزایش ناگهانی به سمت بالا دارد) را با یک خط جداساز^۱ به نقطه پایان سیل (نقطه B، جایی که هیدروگراف روند نزولی به خود می‌گیرد و به حالت مسطح درمی‌آید) وصل می‌کنیم. مقدار جریانی که در پایین و بالای این خط قرار دارد به ترتیب برابر دبی پایه و حجم سیل^۲ است و با استفاده از رابطه (۱) محاسبه می‌شود. مقدار رسوب نیز جمع مقدار رسوباتی است که در محدوده زمانی پیشامد سیل، حمل شده است (Karmakar and Simonovic, 2008; Yue et al., 1999).

$$V_i = (V_i^{Total} - V_i^{Base})$$

$$= \left\{ \sum_{j=SD_i}^{ED_i} \left[Q_{ij} - \frac{1}{2}(Q_{is} + Q_{ie}) \right] \right\} - \frac{1}{2} D_i (Q_{is} + Q_{ie}) \quad (1)$$

$$= \sum_{j=SD_i}^{ED_i} Q_{ij} - \frac{1}{2} (Q_{is} + Q_{ie}) (1 + D_i)$$

در این رابطه Q_{ij} جریان مشاهده شده روز j ام در سال i ام، Q_{is} و Q_{ie} به ترتیب جریان‌های روزانه مشاهداتی در تاریخ شروع و پایان رواناب سال i ام و Q_{ij}^b مقدار جریان پایه برای روز j ام در سال i ام می‌باشد.

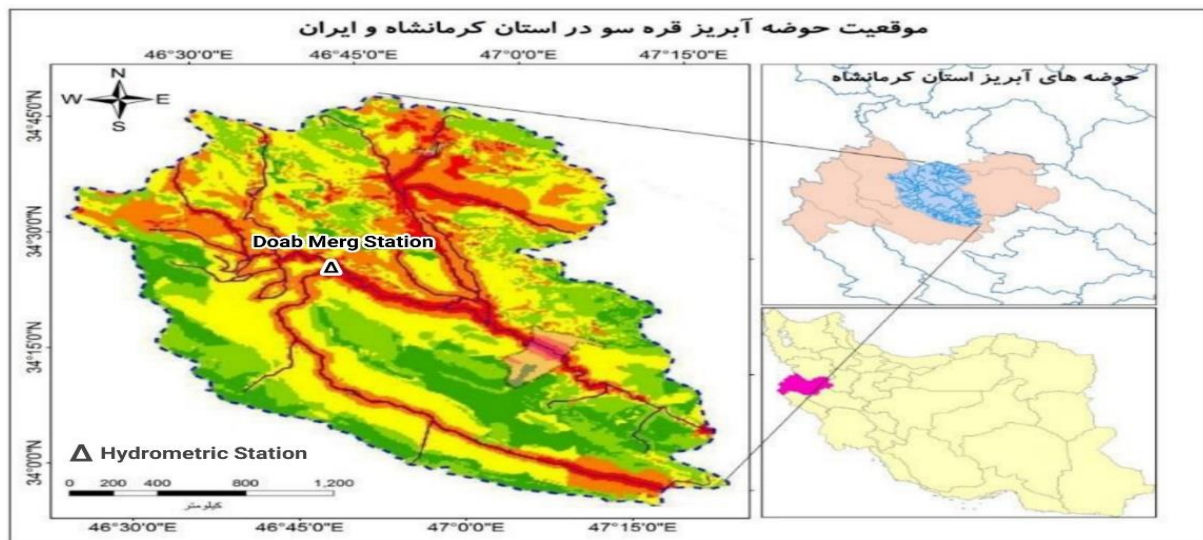


Fig. 2 The Location of the Qarasu watershed and Doab Merg station in the Kermanshah province of Iran (Mohammadi et al., 2021).

شکل ۲ موقعیت حوضه آبریز قره‌سو و ایستگاه دوآب مرگ در استان کرمانشاه ایران (محمدی و همکاران، ۱۳۹۹)

² Flood Volume

¹ Separation Line

(2018; Nashwan et al., 2018; Chen and Guo, 2019). پس از آن، جهت واسنجی نتایج به دست آمده از این نرم افزار، کدنویسی در نرم افزار R نیز انجام شد.

تابع چگالی احتمال^{۱۲} (PDF) و دامنه تغییرات توزیع های متداول در هیدرولوژی در جدول ۱ ارائه شده است (Chen and Guo, 2019).

۲-۴- بررسی همبستگی بین متغیرها

از تابع های مفصل فقط هنگامی می توان برای مدل سازی استفاده کرد که متغیرهای یک پدیده به یکدیگر وابسته باشند. از همین رو، پیش از شروع مدل سازی، ضروری است تا همبستگی بین متغیرهای یک پدیده بررسی و جفت متغیرهایی که مستقل از یکدیگرند از مدل سازی خارج شوند (Duan, et al. 2016). برای تعیین مقدار همبستگی بین متغیرها می توان از سه ضریب همبستگی تاوکندال، اسپیرمن و پیرسون استفاده کرد. ضرایب تاوکندال و اسپیرمن معیارهای ناپارامتریک و براساس رتبه هستند؛ اما ضریب پیرسون فقط همبستگی خطی بین متغیرها را اندازه گیری می کند. از میان ای ضرایب، دو ضریب تاوکندال و اسپیرمن بیشتر از ضریب پیرسون به کاررفته است (Karmakar and Simonovic, 2009; Joe, 2014).

در این پژوهش نیز جهت تعیین همبستگی بین دو متغیر حجم و رسوب سیل از ضرایب همبستگی تاوکندال (رابطه (۲)) و اسپیرمن (رابطه (۳)) استفاده می شود.

$$\tau_n = \left(\frac{n}{2} \right)^{-1} \sum \text{sign}[(x_i - x_j)(y_i - y_j)] \quad (2)$$

$i, j = 1, 2, \dots, n.$

در رابطه فوق $\text{sign}=1$ اگر $[(x_i - x_j)(y_i - y_j)] > 0$ و $\text{sign}=-1$ است اگر $[(x_i - x_j)(y_i - y_j)] < 0$ برقرار باشد.

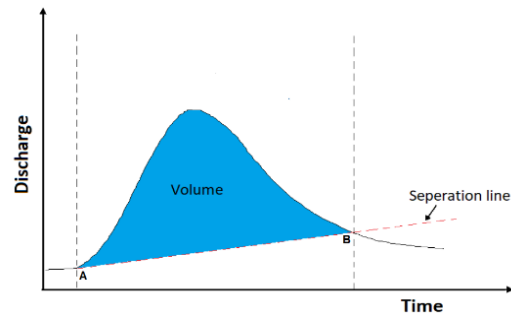


Fig. 3 Characteristics of a flood event. (Nashwan et al., 2018).

شکل ۳ ویژگی های یک رویداد سیل (نشان و همکاران، ۲۰۱۸).

۲-۳- انتخاب بهترین توزیع حاشیه ای برای مشخصه های سیلاب

از آنجایی که تابع های مفصل تابع توزیع مشترک را تابعی از تابع های توزیع تک متغیره حاشیه ای می دانند، ابتدا لازم است تا توزیع های تک متغیره هر یک از متغیرهای حجم و رسوب سیلاب را تعیین کنیم. برای این منظور، از نرم افزار ارزی فیت^۱ که اساس کار آن روش برآورد حداکثر درست-نمایی^۲ (MLE) است، استفاده شد.

در این نرم افزار توزیع های حاشیه ای نرمال، لوگ نرمال^۳، نمایی^۴، گاما^۵، گامبل، ویبول^۶ و ... براساس سه آزمون نیکویی برازش (۱) کلموگروف-اسمیرینف^۷، (۲) اندرسون-دارلینگ^۸ و (۳) کای-اسکوئر^۹ سنجیده می شوند. در آزمون های کلموگروف-اسمیرینف و اندرسون-دارلینگ، بهترین تابع توزیع با مقایسه تابع توزیع تجمعی^{۱۰} (CDF) تجربی با تابع توزیع حاصل از داده ها، به دست می آید؛ اما در آزمون کای-اسکوئر، فرکانس تجربی با فرکانس محاسبه شده از توزیع پارامتری، مقایسه و تفاوت بین آن ها برآورد می شود. به طور کلی، براساس این سه آزمون هر تابع توزیعی که دارای آماره کمتر و پی-ارزش^{۱۱} (P) بزرگ تر از ۰/۰۵ باشد، برگزیده می شود (Kolmogorov, 1933; Smirnov, 1948; Anderson and Darling, 1952; Afsharypour et al.,

⁸ Anderson Darling

⁹ Chi-Squared

¹⁰ Cumulative Distribution Function

¹¹ P-Value

¹² Probability Distribution Function

¹ EasyFit

² Maximum Likelihood Estimation

³ Lognormal

⁴ Exponential

⁵ Gamma

⁶ Weibull

⁷ Kolmogorov Smirnov

که در آن n تعداد داده‌ها و d_i تفاوت بین رتبه دو متغیر x_i و y_i است (Karmakar and Simonovic, 2009).

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)} \quad (3)$$

جدول ۱ توزیع‌های متداول در هیدرولوژی (Chen and Guo, 2019).

Table 1 Commonly used distributions in hydrology (Chen and Guo, 2019).

Distributions	PDF	Variation Range
Normal	$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$	$x \in (-\infty, +\infty)$
Log normal	$f(x) = \frac{1}{(x-\gamma)\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\ln(x-\gamma)-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$	$x \in (\gamma, +\infty)$
Exponential	$f(x) = \frac{1}{\alpha} \exp\left(-\frac{(x-\gamma)}{\alpha}\right)$	$x \in [\gamma, +\infty)$
Gamma	$f(x) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{x}{\beta}\right)$	$x \in [0, +\infty)$
Gumbel	$f(x) = \frac{1}{\sigma} \exp\left(-\frac{x-\mu}{\sigma} - \exp\left(-\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right)$	$x \in (-\infty, +\infty)$
Weibull	$f(x) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{x-\gamma}{\beta}\right)^{\alpha-1} \exp\left(-\left(\frac{x-\gamma}{\beta}\right)^\alpha\right)$	$x \in [\gamma, +\infty)$

$$c(u, v) = \frac{\partial^2 c(u, v)}{\partial u, \partial v} \quad (5)$$

همچنین، تابع چگالی احتمال توام برحسب تابع چگالی مفصل به صورت رابطه (۶) قابل محاسبه است.

$$f_{X,Y}(X, Y) = c(f_X(x), f_Y(y)) f_X(x) f_Y(y) \quad (6)$$

$x, y \in R$

که در آن $f_X(x)$ و $f_Y(y)$ به ترتیب تابع‌های چگالی حاشیه‌ای متغیرهای تصادفی X و Y هستند (Joe, 2014).

به‌طور کلی، برای یک تابع مفصل دومتغیره $C(x, y)$ رابطه-های زیر همواره برقرار است:

$$C(x, 0) = C(0, y) = 0 \quad (7)$$

۲-۵- معرفی تابع مفصل

نظریه تابع‌های مفصل که توسط اسکالر بیان شد، قادر است ساختار همبستگی بین متغیرهای تصادفی را مستقل از توزیع‌های حاشیه‌ای آن‌ها منعکس و توزیع‌های حاشیه‌ای مختلف را بدون هیچ‌گونه تغییری مدل‌سازی کند (Sklar, 1959). مطابق این نظریه اگر $F_X(X)$ و $F_Y(Y)$ به ترتیب تابع‌های توزیع حاشیه‌ای متغیرهای تصادفی X و Y و تابع توزیع توام آن‌ها $F_{X,Y}$ باشد، آنگاه یک تابع مفصل C وجود دارد به‌گونه‌ای که:

$$F_{X,Y}(x, y) = C(F_X(X), F_Y(Y)), \quad x, y \in R \quad (4)$$

و با فرض پیوسته بودن دو متغیر تصادفی X و Y و $u = F_X(x)$ و $v = F_Y(y)$ ، تابع چگالی مفصل از رابطه (۵) به‌دست می‌آید.

$$C(x, 1) = x \quad (8)$$

است.

$$C(1, y) = y \quad (9)$$

$$C(u, v, \rho, \nu) = t_{\rho, \nu} \left(t_{\nu}^{-1}(u), t_{\nu}^{-1}(v) \right) \quad (12)$$

$$\rho \in [-1, +1]$$

و اگر $x_1 \leq x_2$ و $y_1 \leq y_2$: آنگاه:

$$C(x_2, y_2) - C(x_2, y_1) - C(x_1, y_2) + C(x_1, y_1) \geq 0 \quad (10)$$

که در آن $\nu > 0$ و $t_{\rho, \nu}$ تابع توزیع تی استاندارد دومتغیره با پارامتر همبستگی ρ و ν درجه آزادی و t_{ν}^{-1} معکوس تابع توزیع تی استاندارد با درجه آزادی ν است (Chen and Guo, 2019).

درحالی که تاکنون خانواده مفصل‌های مختلف برحسب ساختار وابستگی بین متغیرها، توسط پژوهشگران ارائه شده است، اما در مسائل هیدرولوژی، بیشتر خانواده تابع مفصل‌های بیضوی و ارشمیدسی مورد استفاده قرار می‌گیرند (Chen and Guo, 2019).

خانواده مفصل‌های ارشمیدسی شامل مفصل‌های فرانک، کلیتون، گامبل، و جو می‌باشد که حالت دومتغیره و فضای پارامتریک آن‌ها در جدول ۲ ارائه شده است (Joe, 2014).

خانواده مفصل‌های بیضوی شامل: مفصل‌های نرمال (رابطه (۱۱)) و تی (رابطه (۱۲)) با استفاده از روش معکوس و توزیع‌های بیضوی به‌وجود آمده‌اند (Chen and Guo, 2019).

از آنجایی که ساخت خانواده مفصل‌های ارشمیدسی آسان (فارغ از همبستگی مثبت یا منفی بین متغیرها) و انعطاف-پذیری آن‌ها نیز زیاد است، برای تحلیل‌های هیدرولوژیکی مناسب‌تر از خانواده تابع مفصل‌های بیضوی می‌باشند. همچنین، از بین خانواده مفصل‌های ارشمیدسی مفصل‌های فرانک، کلیتون و گامبل به‌دلیل سادگی و ویژگی‌های ساخت، بیشتر از بقیه برای مدل‌سازی وابستگی بین متغیرها مورد توجه و استفاده قرار گرفته است (Zhang and Singh, 2006; Nelsen, 2006).

$$C^{Gu}(u, v, \rho) = \phi_{\rho} \left(\phi^{-1}(u), \phi^{-1}(v) \right) \quad (11)$$

$$\rho \in [-1, +1]$$

که در آن ϕ_{ρ} تابع توزیع نرمال استاندارد دومتغیره با ضریب همبستگی ρ و ϕ^{-1} معکوس تابع توزیع نرمال استاندارد

جدول ۲ معرفی مفصل‌های ارشمیدسی (Joe, 2014)

Table 2 Introduction of Archimedean Copulas (Joe, 2014).

Copula	Generator	Parameter Space θ	$C_{\theta}(u, v)$
Frank	$-\log \left(\frac{\exp(-\theta t) - 1}{\exp(-\theta) - 1} \right)$	$(-\infty, +\infty) \setminus \{0\}$	$-\frac{1}{\theta} \ln \left[1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)}{e^{-\theta} - 1} \right]$
Clayton	$\frac{1}{\theta} (t^{-\theta} - 1)$	$[-1, +\infty) \setminus \{0\}$	$[\max(u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)]^{-\frac{1}{\theta}}$
Gumbel	$(-\log t)^{\theta}$	$[1, +\infty)$	$\exp \left\{ - \left[(-\ln u)^{\theta} + (\ln v)^{\theta} \right]^{\frac{1}{\theta}} \right\}$
Joe	$-\log(1 - (1-t)^{\theta})$	$[1, +\infty)$	$1 - \left[(1-u)^{\theta} + (1-v)^{\theta} - (1-u)^{\theta} (1-v)^{\theta} \right]^{\frac{1}{\theta}}$

است؛ به این ترتیب که تابع مفصلی که کمترین مقدار S_n را داشته و پی-ارزش آن نیز بزرگ‌تر از $0/01$ باشد، برگزیده می‌شود (Afsharypour, z., et al., 2018).

علاوه بر این‌ها می‌توان از یکسری معیارهای کاربردی دیگر نظیر معیارهای اطلاعات آکائیکه^۳ (AIC)، بیزی^۴ (BIC)، ریشه میانگین مربعات خطا^۵ (RMSE) و لگاریتم تابع درست‌نمایی^۶ (loglik) نیز جهت انتخاب بهترین تابع مفصل استفاده نمود. مطابق رابطه‌های (۱۶) و (۱۷)، معیارهای اطلاعات آکائیکه و بیزی از دو قسمت (۱) در نظر گرفتن عدم برازش و (۲) در نظر گرفتن عدم اطمینان ناشی از تعداد پارامترهای مدل، تشکیل شده‌اند.

$$AIC = N \log(MSE) + 2(P) \quad (16)$$

$$BIC = N \log(MSE) + (P) \times \log(N) \quad (17)$$

در این رابطه‌ها N تعداد مشاهدات، MSE میانگین مربعات خطا و P تعداد پارامترهای برازش داده شده می‌باشند. هر تابع مفصلی که کمترین مقدار معیارهای اطلاعات آکائیکه و بیزی را داشته باشد، برای برازش جفت‌متغیر مناسب‌تر است.

میانگین مربعات خطا و ریشه آن از رابطه (۱۸) به دست می‌آیند.

$$RMSE = \sqrt{MSE} \\ = \sqrt{\frac{1}{N-K} \sum_{i=1}^N [x_c(i) - x_0(i)]^2} \quad (18)$$

که در آن $x_c(i)$ و $x_0(i)$ به ترتیب مقادیر محاسبه و مشاهده شده i ام، k تعداد پارامترهای استفاده شده در برآورد مقادیر محاسباتی و N تعداد مشاهدات هستند. با توجه به این معیار، هر تابع مفصلی که مقدار ریشه میانگین مربعات خطای آن کمتر باشد، برازش بهتری بر روی داده‌های مورد نظر داشته است (Akaike, 1974; Daneshfaraz, et al. 2022; Salari, m., et al. 2015).

۲-۶- تخمین پارامتر تابع مفصل

جهت برآورد پارامتر تابع مفصل (θ) استفاده از روش برآورد حداکثر شبه‌درست‌نمایی^۱ (MPL)، رابطه (۱۳)، بیشتر از سایر روش‌های موجود توصیه شده است. چراکه در این روش به دلیل استفاده از توزیع حاشیه‌ای تجربی، برآورد پارامترهای تابع مفصل، مستقل از توزیع‌های حاشیه‌ای پارامتری انجام می‌شود (Requena, et al. 2013).

$$L(\theta) = \sum_{k=1}^n \log \{c_{\theta}(F_{1n}(X_{1k}), \dots, F_{1n}(X_{ik}))\} \quad (13)$$

که در آن F_{in} تابع توزیع تجربی متغیر i و c_{θ} تابع چگالی مفصل است. مقدار این رابطه همواره بین صفر و یک قرار دارد (Chen and Guo, 2019).

در این پژوهش نیز جهت برآورد پارامتر تابع مفصل، روش حداکثر شبه‌درست‌نمایی به کار گرفته شده است.

۲-۷- انتخاب مناسب‌ترین تابع مفصل

پس از برازش تابع‌های مفصل بر روی متغیرهای موجود، لازم است بهترین تابع مفصل برای مدل‌سازی بین جفت-متغیرها را شناسایی کنیم. جهت انجام این کار ابزارهای گرافیکی و آزمون‌های عددی وجود دارد که از میان آن‌ها آزمون کرامر-فون میزس^۲ (S_n) که براساس مفصل‌های تجربی می‌باشد، مناسب‌تر است (Afsharypour, z., et al., 2018). این روش به مطابق رابطه (۱۴) تعریف می‌شود.

$$S_n = \sum_{i=1}^n \left\{ C_n \left(\frac{R_i}{n+1}, \frac{S_i}{n+1} \right) - C_{0n} \left(\frac{R_i}{n+1}, \frac{S_i}{n+1} \right) \right\}^2 \quad (14)$$

که در آن R_i رتبه x_i در میان (x_1, \dots, x_n) ، S_i رتبه y_i در میان (y_1, \dots, y_n) و C_n مفصل تجربی (ناپارامتریک و براساس رتبه) می‌باشد و از رابطه (۱۵) به دست می‌آید.

$$C_n(u, v) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 1 \left(\frac{R_i}{n+1} \leq u, \frac{S_i}{n+1} \leq v \right) \quad (15) \\ u, v \in [0, 1]$$

مقدار پی-ارزش نیز در شناسایی تابع مفصل منتخب، موثر

⁴ Bayesian Information Criterion

⁵ Root Mean Square Error

⁶ Logarithm Likelihood function

¹ Maximum Pseudo-Likelihood

² Cramér-Von Mises Criterion

³ Akaike Information Criterion

(et al. 2004).

۱. دوره بازگشت در حالت {یا}: در این حالت از بین دو متغیر تصادفی V و S حداقل یکی (و یا هر دو آنها) از حد آستانه v و s بیشتر است (رابطه (۲۴)).

$$T_{S,V}^v = \frac{\mu}{P(S > s \cup V > v)} \quad (24)$$

$$= \frac{\mu}{1 - C(F(S), G(v))}$$

۲. دوره بازگشت در حالت {و}: در این حالت هر دو متغیر تصادفی V و S از حد آستانه v و s خود بیشتر می‌باشند (رابطه (۲۵)).

$$T_{S,V}^A = \frac{\mu}{P(S > s \cap V > v)} \quad (25)$$

$$= \frac{\mu}{1 - F(s) - G(v) + C(F(s), G(v))}$$

در رابطه‌های (۲۴) و (۲۵)، μ میانگین فاصله زمانی بین دو رخداد متوالی می‌باشد که برای پیشامدهای حداکثر سالانه برابر با یک است، $G(v)$ و $F(s)$ مقادیر تابع‌های توزیع تجمعی حاشیه‌ای دو متغیر حجم و رسوب سیل و C مفصل منتخب می‌باشد؛ به گونه‌ای که

$$C(F(s), G(v)) = P(S \leq s \cap V \leq v)$$

به‌طور کلی، برای دوره بازگشت در دو حالت {یا} و {و} رابطه (۲۶) باید همواره برقرار باشد.

$$T_{S,V}^v \leq \min[T_S, T_V] \leq \max[T_S, T_V] \leq T_{S,V}^A \quad (26)$$

که در آن T_S و T_V دوره بازگشت‌های تک‌متغیره هستند (Requena, Mediero et al., 2013).

در این پژوهش نیز به‌منظور محاسبه و تحلیل دوره بازگشت دو متغیر حجم و رسوب سیل، از این دو حالت استفاده شده است.

به‌طور کلی، فلوچارت روش کار این پژوهش در شکل ۴ نشان داده شده است.

به‌منظور محاسبه حداکثر لگاریتم تابع درست‌نمایی نیز می‌توان از رابطه (۱۹) بهره گرفت.

$$L(\theta) = \sum_{i=1}^n \log [c_{\theta}(F_X(x_i), F_Y(y_i))] \quad (19)$$

که در آن c_{θ} چگالی تابع مفصل و $F_X(x_i)$ و $F_Y(y_i)$ تابع‌های توزیع تجمعی حاشیه‌ای هستند. با توجه به این معیار، هر تابع مفصلی که بیشترین مقدار حداکثر لگاریتم تابع درست‌نمایی را داشته باشد، برگزیده می‌شود (Zhang and Singh, 2012).

۲-۸- دوره بازگشت تک‌متغیره و دو متغیره

منظور از دوره بازگشت، احتمال روی دادن دوباره یک پدیده است. برای محاسبه دوره بازگشت تک‌متغیره حجم و رسوب سیل به ترتیب از رابطه‌های (۲۰) و (۲۱) استفاده می‌شود که در آن‌ها T_V ، $G(v)$ ، T_S و $F(s)$ به ترتیب دوره بازگشت تک‌متغیره و تابع توزیع تجمعی حاشیه‌ای متغیرهای حجم و رسوب سیل می‌باشند. مطابق رابطه‌های (۲۲) و (۲۳)، تابع توزیع تجمعی به صورت احتمال آن که یک متغیر تصادفی مانند V یا S کوچک‌تر یا مساوی یک مقدار ممکن v یا s باشد، تعریف می‌شود (Reddy and Ganguli, 2012).

$$T_V = \frac{1}{1 - G(v)} \quad (20)$$

$$T_S = \frac{1}{1 - F(s)} \quad (21)$$

$$G(v) = P[V \leq v] \quad (22)$$

$$F(S) = P[S \leq s] \quad (23)$$

از سوی دیگر، تحلیل پدیده سیلاب به‌صورت دو یا چندمتغیره باعث کاهش خسارت‌های وارده به سازه‌های مرتبط با سیل می‌گردد؛ از این رو، در سال ۲۰۰۴ سالوادوری و دی میشل، هشت نوع دوره بازگشت توأم را در قالب دو نام (۱) دوره بازگشت توأم در حالت {یا} و (۲) دوره بازگشت توأم در حالت {و} ارائه نمودند که در هیدرولوژی دو مورد از آن‌ها پرکاربردتر است (Salvadori, De Michele).

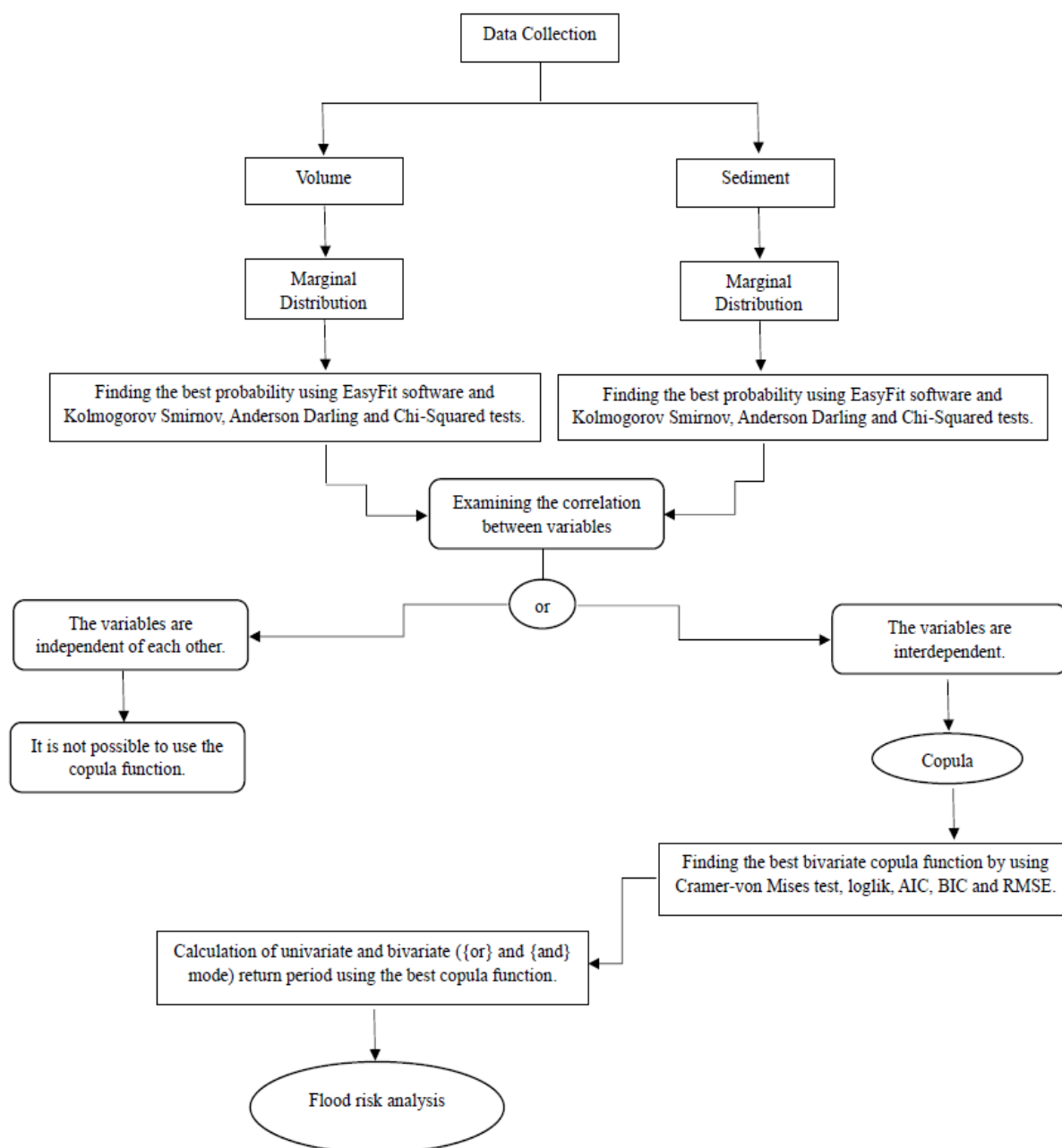


Fig. 4 flow chart of this study.

شکل ۴ فلوجارت روش کار این پژوهش

۳-۱- تعیین مشخصه‌های سیل

به‌منظور تعیین مقادیر متغیرهای حجم و رسوب سیلاب از داده‌های دبی روزانه سال‌های ۱۳۵۳ تا ۱۳۹۳ متعلق به ایستگاه دوآب-مرگ استفاده شد. خلاصه مشخصات آماری دومتغیره حجم (متر مکعب بر ثانیه در روز) و رسوب (متر

۳- نتایج و بحث

در این قسمت، توزیع دومتغیره ویژگی‌های سیل با استفاده از دو متغیر حجم و رسوب سیل، نرم‌افزار ایزی‌فیت و کدنویسی در محیط نرم‌افزار آماری R ساخته و تحلیل می‌شود.

۳-۳- همبستگی بین متغیرها

ضرایب همبستگی تاوکندال و اسپیرمن ارائه شده در جدول ۵، نشان از همبستگی مثبت و قوی میان دو متغیر حجم و رسوب سیل دارد؛ چراکه پی-ارزش آن‌ها نزدیک به صفر می‌باشد.

۳-۴- انتخاب مناسب‌ترین تابع مفصل

نتایج حاصل از آزمون کرامر فون میزس و معیارهای شاخص نیکویی برازش، لگاریتم تابع درست‌نمایی، ریشه میانگین مربعات خطا و اطلاعات آکائیکه و بیزی در جدول ۶ ارائه شده است. با مقایسه نتایج به‌دست‌آمده برای این سنج‌ها می‌توان دریافت که از میان مفصل‌های بیضوی و ارشمیدسی مورد استفاده، تابع مفصل فرانک جهت مدل‌سازی دو متغیر حجم و رسوب سیل مناسب‌تر است؛ چراکه پی-ارزش آن‌ها بزرگ‌تر از ۰/۰۱ می‌باشد. آماره‌های کرامر فون میزس، کمترین مقدار معیارهای اطلاعات آکائیکه و بیزی، ریشه میانگین مربعات خطا را دارا بوده و مقدار لگاریتم تابع درست‌نمایی آنها بیشینه است. همچنین جدول ۶ نیز مناسب بودن تابع مفصل فرانک (به‌دلیل نزدیکی به تابع مفصل تجربی) را تایید می‌کند.

جدول ۴ مقادیر ضرایب همبستگی.

Table 4 Correlation coefficient values.

Correlation coefficient	Volume-Sediment	p-value
Kendalls Tau	0.5170	5.927e-07
spearman	0.6926	1.296e-06

مکعب) سیل در جدول ۳ ارائه شده است که بر اساس نتایج به‌دست‌آمده و فاصله بین کمترین و بیشترین مقدار داده‌ها، می‌توان نتیجه گرفت داده‌ها از پراکندگی و دقت لازم برخوردارند.

۳-۲- انتخاب مناسب‌ترین توزیع احتمالاتی

در این بخش متغیرهای حجم و رسوب سیلاب با استفاده از نرم‌افزار ایزی‌فیت با تابع‌های توزیع احتمالاتی لوگ نرمال، ویبول، گاما، نمایی و ... برازش داده شدند و براساس آزمون-های کلموگوروف-اسمیرنوف، آندرسون-دارلینگ و کای-اسکوئر، بهترین تابع توزیع برای هر یک از متغیرها تعیین شد. نتایج حاصل از این آزمون‌ها در جدول ۴ ارائه شده است که براساس آن، برای متغیر حجم سیل، توزیع ویبول مناسب است؛ زیرا پی-ارزش آن برابر با ۰/۸۷۳۶ و بزرگ‌تر از ۰/۰۵ می‌باشد. پس توزیع ویبول با پارامترهای مقیاس (α) ۱/۲۵۹۴ و شکل (β) ۱۱۱۱/۶۴۹۳ برای برازش متغیر حجم سیلاب مناسب می‌باشد. برای متغیر رسوب سیل نیز پی-ارزش توزیع ویبول برابر با ۰/۷۵۷۷ و بزرگ‌تر از ۰/۰۵ به‌دست آمد. پس توزیع ویبول با پارامترهای مقیاس ۰/۵۰۴۹ و شکل ۲۰۶۱/۶ مناسب است.

جدول ۳ مشخصات آماری داده‌ها

Table 3 of statistical characteristics of the data

Statistical features	Number of data	Volume (m ³ /s *day)	Sediment (m ³)
Average	41	1035.96	3053.01
Minimum	41	59.46	4.95
Maximum	41	3124.12	11776.03

جدول ۵ نتایج حاصل از آزمون نیکویی برازش تابع‌های توزیع حاشیه‌ای.

Table 5 The results of the goodness of fit test of marginal distribution functions.

Variable	Probability distribution	Parameters	Kolmogorov-Smirnov	Chi-Squared	Anderson-Darling	p-value
Volume	weibull	$\alpha = 1.2594$ $\beta = 1111.6493$	0.1118	2.1213	0.3829	0.8736
Sediment	weibull	$\alpha = 0.5049$ $\beta = 2061.6$	0.1011	1.0866	0.5799	0.7577

جدول ۶. نتایج آزمون کرامر فون میزس و معیارهای لگاریتم تابع درست‌نمایی، اطلاعات آکائیکه و بی‌زی و ریشه میانگین مربعات خطا.

Table 6 Cramer von Mises test results and logarithm criteria of the likelihood function, Akaike and Bayesian information, Root Mean Square Error.

Copula	Parameter	Cramer-von Mises test		loglik	AIC	BIC	RMSE
		Test statistics	p-value				
Clayton	1.2319	0.0833	0.0005	9.0200	-9.8455	-8.1319	0.0450
Gumbel	1.8998	0.0310	0.0504	11.7007	-21.4014	-19.6878	0.0275
Normal	0.7175	0.0229	0.1274	12.7432	-23.4865	-21.773	0.0236
Joe	2.1931	0.0637	0.0015	9.5669	-17.1339	-15.4203	0.0394
Frank	5.8872	0.0219	0.1464	12.8802	-23.7604	-22.0468	0.0231
t	0.5986	0.0563	0.0105	12.7433	-21.4866	-18.0594	0.0251

های تک‌متغیره و توام (دومتغیره) در ۰ ارائه شده است. نتایج نشان می‌دهد که دوره بازگشت توام دو متغیر حجم و رسوب سیل در حالت {یا} از دوره بازگشت توام آن‌ها در حالت {و} و دوره بازگشت تک‌متغیره آن‌ها کمتر است. برعکس، دوره بازگشت توام دومتغیره حجم و رسوب سیل در حالت {و} از حالت {یا} و نیز دوره بازگشت تک‌متغیره بیشتر است. به‌عنوان مثال: دوره بازگشت توام ۲ ساله، با حد آستانه ۸۴۸/۴۲۹۷ متر مکعب بر ثانیه در روز برای متغیر حجم و حد آستانه ۱۱۹۱/۳۰۶۶ متر مکعب برای متغیر رسوب، در حالت {یا} برابر با ۱/۶۴۱۹ و در مقادیر دوره بازگشت‌های مختلف و حجم و رسوب مربوط به آن‌ها. حالت {و} برابر با ۲/۵۵۷۶ به‌دست آمده است. همین امر مبین آن است که متغیر رسوب بر وقوع سیلاب در حوضه آبریز رودخانه قره‌سو اثر داشته است. پژوهش‌های سایرین نیز یافته‌های به‌دست‌آمده را تایید می‌کند (Rahimi, et al. 2014, Afsharypour, et al. 2018).

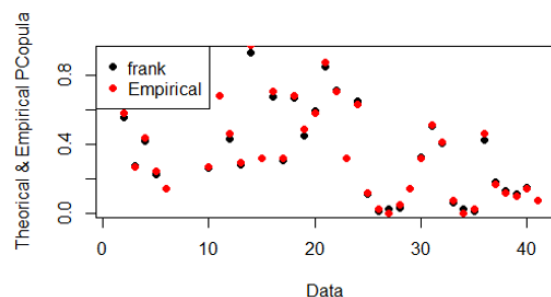


Fig. 5 The closeness of the frank copula function to the experimental copula function.

شکل ۵ نزدیک بودن تابع مفصل فرانک به تابع مفصل تجربی

۳-۵- تعیین دوره بازگشت

جهت به‌دست آوردن دوره بازگشت دومتغیره در حالت‌های {یا} و {و}، ابتدا حد آستانه متغیرهای حجم و رسوب سیل با جای‌گذاری دوره بازگشت‌های ۲، ۵، ۱۰، ۲۰ و ۱۰۰ ساله از رابطه‌های (۲۰) و (۲۲) (بخش ۸-۲) محاسبه و سپس با استفاده از آن‌ها دوره بازگشت‌های توام برآورد شد. مقادیر حد آستانه متغیرهای حجم و رسوب سیل و دوره بازگشت-

جدول ۷ مقادیر دوره بازگشت‌های مختلف و حجم و رسوب مربوط به آن‌ها.

Table 7 values of different return periods and their corresponding volume and sediment.

$T_v=T_s$	V ($m^3/s \cdot day$)	Sediment (m^3)	$T_{S,V}^V$	$T_{S,V}^A$
2	848.4297	1191.3066	1.6419	2.5576
5	1652.8771	4960.9791	3.4678	9.0302
10	1649.2360	9098.4640	4.2144	15.9441
20	2692.6930	14207.1475	11.2933	87.3159
100	3780.3597	29426.93	51.4341	1793.153

بازگشت حالت {و} باید دوره بازگشت هر دو متغیر از مقدار آستانه آن‌ها بیشتر شود تا سیل مخرب و آسیب‌رسان در نظر گرفته شود؛ در نتیجه، با کم شدن مقدار احتمال، دوره بازگشت آن بیشتر از حالت تک‌متغیره می‌شود که پیامد آن رخداد سیل با دبی بزرگ‌تر است. این امر ایمنی پروژه‌های حساس و بزرگ که با استفاده از دوره بازگشت توام در حالت {و} طراحی شوند را بیشتر تامین می‌کند، گرچه ممکن است افزایش بودجه موردنیاز جهت ساخت سازه‌های هیدرولیکی کنترل سیل را در پی داشته باشد.

همچنین، در پروژه‌هایی که ایمنی بر هزینه تقدم دارد، استفاده از دوره بازگشت در حالت {و} جهت طراحی ارجح است و برعکس، استفاده از دوره بازگشت در حالت {یا}، گرچه موجب کمتر شدن هزینه‌های پروژه می‌شود، اما ریسک مربوط به پروژه را افزایش می‌دهد؛ چراکه سیل با دوره بازگشت بزرگ‌تر به معنای رخداد یک سیل با شدت بیشتر و ریسک کمتر برای سازه‌های هیدرولیکی است و (۲) با توجه به اینکه وابستگی بین دو متغیر حجم و رسوب سیل وابستگی مثبت، قوی و به اصطلاح معناداری است، تحلیل تک‌متغیره سیلاب موجب می‌شود تا اثر هم‌زمان این دو متغیر لحاظ نشود که این امر خود موجب کمتر یا بیشتر برآورد شدن ریسک سیل می‌گردد. بنابراین تحلیل دو متغیره پدیده سیلاب بسیار کارآمدتر از حالت تک‌متغیره بوده و باعث کاهش خطرات احتمالی سیلاب می‌شود. از این رو، پیشنهاد می‌شود در پژوهش‌های آتی از تعداد متغیرهای بیشتری جهت تحلیل پدیده سیلاب استفاده گردد.

۵- فهرست نشانه‌ها

V_i	حجم سیلاب (m^3)
V_i^{Total}	کل جریان موجود در حوضه (m^3)
V_i^{Base}	جریان پایه (m^3)
Q_{ij}	جریان مشاهده شده روز j ام سال i ام ($m^3 s^{-1}$)
Q_{is}	جریان روزانه مشاهداتی در تاریخ شروع رواناب سال i ام ($m^3 s^{-1}$)
Q_{ie}	جریان روزانه مشاهداتی در تاریخ انتهای رواناب

به‌طور کلی، استفاده از دوره بازگشت در حالت {یا} نسبت به دوره بازگشت در حالت {و} و دوره بازگشت تک‌متغیره، جهت طراحی و مدیریت سازه‌های مرتبط با سیل مناسب نیست؛ چراکه در حالت {یا} وقتی که یکی از متغیرهای سیل از مقدار حد آستانه‌اش بیشتر شود آن سیلاب را مخرب و آسیب‌زا می‌داند؛ بنابراین موجب بالا رفتن مقدار احتمال و در پی آن کمتر شدن دوره بازگشت در مقایسه با دوره بازگشت تک‌متغیره می‌شود. درحالی که در دوره

۴- نتیجه‌گیری

در این پژوهش اثر متغیر رسوب بر وقوع سیلاب در حوضه آبریز رودخانه قره‌سو با استفاده از تابع‌های مفصل و داده‌های دبی روزانه و رسوب (سال‌های ۱۳۵۳ تا ۱۳۹۳) ثبت شده در ایستگاه هیدرومتری دو آب‌مرگ مورد تحلیل قرار گرفت. برای این امر ابتدا آزمون‌های نیکویی برازش نشان دادند که تابع توزیع ویبول بهترین تابع توزیع حاشیه‌ای برای هر دو متغیر حجم و رسوب سیل است. سپس، استفاده از ضرایب همبستگی تاوکنندال و اسپیرمن نشان داد که دو متغیر حجم و رسوب سیل دارای همبستگی مثبت و قوی هستند و می‌توان از روش تابع‌های مفصل برای مدل‌سازی آن‌ها استفاده نمود.

با به‌کارگیری آزمون کرامر فون میزس و معیارهای لگاریتم تابع درست‌نمایی، ریشه میانگین مربعات خطا، اطلاعات آکائیکه و بی‌زی، مشخص شد که تابع مفصل فرانک بهترین ساختار را برای بیان وابستگی بین دو متغیر حجم سیل و رسوب ارائه می‌دهد؛ بنابراین با استفاده از آن دوره بازگشت توام در دو حالت {یا} و {و} محاسبه و با دوره بازگشت تک‌متغیره مقایسه شد.

به‌طور کلی، نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهد که (۱) تاثیر پارامتر رسوب بر پدیده سیلاب انکارناپذیر است؛ چراکه دوره بازگشت توام در حالت {و} از دوره بازگشت توام {یا} و تک‌متغیره حجم و رسوب سیل، بزرگ‌تر است. بنابراین، در نظر گرفتن متغیر رسوب در تحلیل سیلاب برای شناسایی و کاهش خسارت‌های آن می‌تواند مفید و موثر باشد.

MSE	میانگین مربعات خطا	سال نام ($m^3 s^{-1}$)
$RMSE$	ریشه میانگین مربعات خطا	مقدار جریان پایه روز روز J نام سال نام
K	تعداد پارامترهای استفاده شده در برآورد مقادیر محاسباتی	Q_{ij}^b ($m^3 s^{-1}$)
$x_c(i)$	مقدار محاسبه شده نام	τ_n ضریب همبستگی تاو کندال
$x_0(i)$	مقدار مشاهده شده نام	$F_X(x)$ توزیع حاشیه‌ای متغیر X
$L(\theta)$	حداکثر لگاریتم تابع درست‌نمایی	$F_Y(y)$ توزیع حاشیه‌ای متغیر Y
$F_X(x_i)$	تابع توزیع تجمعی حاشیه‌ای برای متغیر X	$F_{X,Y}$ تابع توزیع توام
$F_Y(y_i)$	تابع توزیع تجمعی حاشیه‌ای برای متغیر Y	$c(u,v)$ تابع چگالی مفصل
c_θ	چگالی تابع مفصل	$f_{X,Y}(X,Y)$ تابع چگالی احتمال توام
T_S	دوره بازگشت تک‌متغیره رسوب سیل	$f_X(x)$ تابع چگالی حاشیه‌ای متغیر تصادفی X
T_V	دوره بازگشت تک‌متغیره حجم سیل	$f_Y(y)$ تابع چگالی حاشیه‌ای متغیر تصادفی Y
$F(s)$	تابع توزیع تجمعی حاشیه‌ای متغیر رسوب سیل	$C^{G(u,v,\rho)}$ مفصل گوسی (نرمال)
$G(v)$	تابع توزیع تجمعی حاشیه‌ای متغیر حجم سیل	ϕ_ρ تابع توزیع نرمال استاندارد دومتغیره با ضریب همبستگی ρ
$T_{S,V}^v$	دوره بازگشت دومتغیره حجم و رسوب سیل در حالت {یا}	ϕ^{-1} معکوس تابع توزیع نرمال استاندارد دومتغیره
$T_{S,V}^A$	دوره بازگشت دومتغیره حجم و رسوب سیل در حالت {و}	$C(u,v,\rho,v)$ مفصل تی (تی-استودنت)
μ	میانگین فاصله زمانی بین دو رخداد متوالی است	تابع توزیع تی استاندارد دومتغیره با پارامتر همبستگی ρ و U درجه آزادی
		$t_{\rho,v}$ معکوس تابع توزیع تی استاندارد با درجه آزادی U

۶- سپاس‌گزاری

لازم است در اینجا از همکاری سازمان آب و برق استان خوزستان جهت ارائه موردنیاز و به‌کاربرده شده در این پژوهش، کمال تشکر و قدردانی را داشته باشیم.

S_n	آزمون کرامر- فون میزس
C_n	مفصل تجربی
AIC	معیار اطلاعات آکائیکه
BIC	معیار اطلاعات بیزی
N	تعداد مشاهدات

References

منبع‌ها

- model identification." IEEE transactions on automatic control 19(6): 716-723. doi: 10.1109/TAC.1974.1100705.
- Anderson, T. W. and D. A. Darling (1952). Asymptotic theory of certain goodness of fit criteria based on stochastic processes. The annals of mathematical statistics: 193-212.
- Bruwier, M., et al. (2015). "Assessing the operation rules of a reservoir system based on a detailed modelling chain." Natural Hazards and Earth System Sciences 15(3): 365-379.
- Chen, Y., and P. Lin (2016). "Bivariate
- Afsharypour, z., et al. (2018). "Evaluation of hydrological design of dam spillway using copula based bivariate return periods (Case study: Golestan 2 dam, Golestan Province)." *Irrigation and Water Engineering* 8(3): 78-93 (In Persian). <https://civilica.com/doc/888549>
- Afsharypour, z., et al. (2019). "Bivariate frequency analysis of rainfall intensity and depth using copula functions (Case study: Chehelchai Watershed, GorganRood, Golestan)." *Irrigation and Water Engineering* 9(2): 121-134 (In Persian). <https://civilica.com/doc/888506>
- Akaike, H. (1974). "A new look at the statistical

- Fan, Y. et al. (2016). "Hydrologic risk analysis in the Yangtze River basin through coupling Gaussian mixtures into copulas." *Advances in Water Resources* 88: 170-185.
- Goodarzi, M. R., et al. (2020). "Bivariate Flood Frequency Analysis Using the Copula Archimedean Function (Gumbel–Hougaard)." *Watershed Management Research Journal* 33(3): 20-35.
- Graf, R. (2021). "Flood risk management system in Poland." *Management of Water Resources in Poland*: 281-303.
- Grams, P. E. and J. C. Schmidt (2005). "Equilibrium or indeterminate? Where sediment budgets fail: Sediment mass balance and adjustment of channel form, Green River downstream from Flaming Gorge Dam, Utah, and Colorado." *Geomorphology* 71(1-2): 156-181.
- Guo, S., et al. (2004). "A reservoir flood forecasting and control system for China/Un système chinois de prévision et de contrôle de crue en barrage." *Hydrological Sciences Journal* 49(6).
- Hamed, K. and A. R. Rao (2019). *Flood frequency analysis*, CRC press.
- Hooke, J. (2019). "Extreme sediment fluxes in a dryland flash flood." *Scientific Reports* 9(1): 1-12.
- Laio, F., et al. (2011). "Spatially smooth regional estimation of the flood frequency curve (with uncertainty)." *Journal of Hydrology* 408(1-2): 67-77.
- Latif, S. and F. Mustafa (2020). "Bivariate hydrologic risk assessment of flood episodes using the notation of failure probability." *Civ Eng J* 6(10): 2002-2023.
- Joe, H. (2014). *Dependence modeling with copulas*, CRC press. <https://doi.org/10.1201/B17116>.
- Karampoor, M., et al. (2016). "Thermodynamic and Synoptic Analyses of Pick Floods Caused by Showery Precipitation in Mountainous Regions (Ghare Sou Basin)." *Environmental Management Hazards* 3(1): 75-90.
- Karmakar, S. and S. Simonovic (2008). "Bivariate flood frequency analysis: Part 1. Determination of marginals by parametric and nonparametric techniques." *Journal of Flood Risk Management* 1(4): 190-200. <https://doi.org/10.1111/j.1753-318X.2008.00022.x>.
- Discontinuous Flood Frequency Analysis Based on Archimedean Copula Functions". <https://hdl.handle.net/20.500.11970/108600>.
- Chen, L. and S. Guo (2019). *Copulas and its application in hydrology and water resources*, Springer. <https://doi.org/10.1007/978-981-13-0574-0>.
- Chebana, F., & Ouarda, T. B. (2011). Multivariate quantiles in hydrological frequency analysis. *Environmetrics*, 22(1), 63-78. <https://doi.org/10.1002/env.1027>.
- Chowdhary, H., et al. (2011). "Identification of suitable copulas for bivariate frequency analysis of flood peak and flood volume data " *Hydrology Research* 42(2-3): 193-216. <https://doi.org/10.2166/nh.2011.065>.
- Cunnane, C. (1988). "Methods and merits of regional flood frequency analysis." *Journal of Hydrology* 100(1-3): 269-290.
- da Rocha Júnior, R. L., et al. (2020). "Bivariate assessment of drought return periods and frequency in Brazilian northeast using joint distribution by copula method." *Geosciences* 10(4): 135.
- Daneshfaraz, R., et al. (2022). "Experimental Investigation of non-suppressed sill effect with different geometry on flow pattern and discharge coefficient of sluice." *Journal of Hydraulics* 17(3): 47-63.
- Daneshfaraz, R., et al. (2022). "Experimental and numerical study of sluice gate flow pattern with non-suppressed sill and its effect on discharge coefficient in free-flow conditions." *Journal of Hydraulic Structures* 8(1): 1-20.
- Dawdy, D. R., et al. (2012). "Regional flood-frequency analysis: How we got here and where we are going." *Journal of Hydrologic Engineering* 17(9): 953-959.
- Duan, K., Mei, Y. & Zhang, L. (2016). Copula-based bivariate flood frequency analysis in a changing climate—A case study in the Huai River Basin, China. *Journal of Earth Science* 27(1): 37-46.
- Favre, A. C., El Adlouni, S., Perreault, L., Thiémondge, N., & Bobée, B. (2004). Multivariate hydrological frequency analysis using copulas. *Water resources research*, 40.(1) <https://doi.org/10.1029/2003WR002456>.

- Province using Copula Functions." *Iranian Journal of Soil and Water Research* 41(1) (In Persian).
- Papaioannou, G., Kohnová, S., Bacigál, T., Szolgay, J., Hlavèová, K., & Loukas, A. (2016). Joint modeling of flood peaks and volumes: A copula application for the Danube River. *Journal of Hydrology and Hydromechanics*, 64(4), 382. <https://doi.org/10.1515/Johh-2016-0049>.
- Perz, A., et al. (2023). "Flood-Triggering Rainfall and Potential Losses—The Copula-Based Approach on the Example of the Upper Nysa Kłodzka River." *Water* 15(10): 1958.
- Poonia, V., et al. (2021). "Copula-based analysis of meteorological, hydrological and agricultural drought characteristics across Indian river basins." *International Journal of Climatology* 41(9): 4637-4652.
- Rahimi, L., et al. (2014). "Flood Frequency Analysis Using Archimedean Copula Functions Based on Annual Maximum Series (Case Study: Arakuseh Hydrometric Station in Golestan Province)." *Iranian Journal of Irrigation & Drainage* 8(2): 353-365 (In Persian). http://Idj.Iaid.Ir/Article_54737.Html?Lang=En.
- Reddy, M. J. and P. Ganguli (2012). "Bivariate flood frequency analysis of upper Godavari River flows using Archimedean copulas." *Water resources management* 26(14): 3995-4018. doi:10.1007/s11269-012-0124-z
- Requena, A., et al. (2013). "A bivariate return period based on copulas for hydrologic dam design: accounting for reservoir routing in risk estimation." *Hydrology and Earth System Sciences* 17(8): 3023-3038. doi:10.5194/hess-17-3023-2013.
- Salari, m., et al. (2015). "Bivariate Flood Frequency Analysis Using the Copula Functions." *Irrigation Sciences and Engineering* 37(4): 29-38 (In Persian). <https://civilica.com/doc/1189133>
- Salvadori, G. and C. De Michele (2003). "A generalized Pareto intensity duration model of storm rainfall exploiting 2-copulas." *J Geophys Res* 108(2): 4067. <https://doi.org/10.1029/2002JD002534>
- Salvadori, G. (2004). Bivariate return periods via 2-
- Karmakar, S. and S. Simonovic (2009). "Bivariate flood frequency analysis. Part 2: A copula-based approach with mixed marginal distributions." *Journal of Flood Risk Management* 2(1): 32-44. <https://doi.org/10.1111/J.1753-318x.2009.01020.X>.
- Kolmogorov, A. (1933). Sulla determinazione empirica di una legge di distribuzione. *Inst. Ital. Attuari, Giorn.* 4: 83-91.
- Kundzewicz, Z., et al. (2018). "Flood-risk reduction: Structural measures and diverse strategies." *Proceedings of the National Academy of Sciences* 115(49): 12321-12325.
- Li, T., et al. (2013). "Bivariate flood frequency analysis with historical information based on copula." *Journal of Hydrologic Engineering* 18(8): 1018-1030. doi:10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0000684.
- Li, Q., et al. (2022). "Bivariate Nonstationary Extreme Flood Risk Estimation Using Mixture Distribution and Copula Function for the Longmen Reservoir, North China." *Water* 14(4): 604.
- Mahabaleshwara, H. and H. Nagabhushan (2014). "A study on soil erosion and its impacts on floods and sedimentation." *International Journal of Research in Engineering and Technology* 3(3): 443-451.
- Matczak, P. and D. Hegger (2021). "Improving flood resilience through governance strategies: Gauging the state of the art." *Wiley Interdisciplinary Reviews: Water* 8(4): e1532.
- Mohamadi, G., et al. (2021). "Analysis of flood potential of Ghare-Su basin in Kermanshah province." *Journal of Geography and Environmental Hazards* 9(4): 1-23 (In Persian).
- Nashwan, M. S., et al. (2018). "Flood susceptibility assessment in Kelantan river basin using copula." *Int. J. Eng. Technol* 7(2): 584-590.
- Naz, S., et al. (2019). "Copula-Based Bivariate Flood Risk Assessment on Tarbela Dam, Pakistan." *Hydrology* 6(3): 79.
- Nelsen, R. B. (2006). "An Introduction to Copulas." Springer, New York." MR2197664.
- Omidi, M., et al. (2010). "The Probabilistic Analysis of Drought Severity–Duration in Tehran

- PLoS One* 9(10): e109341. <https://doi.org/10.1371/Journal.Pone.0109341>
- Yue, S., et al. (1999). "The Gumbel mixed model for flood frequency analysis." *Journal of Hydrology* 226(1-2):88-100. [https://doi.org/10.1016/S0022-1694\(99\)00168-7](https://doi.org/10.1016/S0022-1694(99)00168-7).
- Yuntian, S., et al. (2019). "Effect of sediment transport on the temporal and spatial characteristics of flash floods: A case study of "7.21" flood in Beijing." *Journal of Tsinghua University (Science and Technology)* 59(12): 990-998.
- Zeraati, S. and M. Zounemat-Kermani (2018). "Performance of Archimedean copula functions in annual flood estimation, Case study: Qarah-Soo Watershed." *Journal of Natural Environmental Hazards* 6(14): 87-102. (In Persian). <https://civilica.com/doc/1019544>
- Zhang, L. and V. Singh (2006). "Bivariate flood frequency analysis using the copula method." *Journal of Hydrologic Engineering* 11(2): 150-164.
- Zhang, L. and V. P. Singh (2012). "Bivariate rainfall and runoff analysis using entropy and copula theories." *Entropy* 14(9):1784-1812. <https://doi.org/10.3390/e14091784>.
- Zhong, M., et al. (2020). "Using the Apriori Algorithm and Copula Function for the Bivariate Analysis of Flash Flood Risk." *Water* 12(8): 222.
- copulas. *Statistical Methodology* 1(1-2): 129-144.
- Salvadori, G., et al. (2007). *Extremes in nature: an approach using copulas, Springer Science & Business Media*. https://www.researchgate.net/publication/253737456_Extremes_in_Nature_An_Approach_Using_Copulas.
- Shiau, J. (2006). "Fitting drought duration and severity with two-dimensional copulas." *Water resources management* 20(5): 795-815.
- Sklar ,M. (1959). "*Fonctions de repartition an dimensions et leurs marges*." *Publ. inst. statist. Univ. Paris* 8: 229-231.
- Smirnov, N. (1948). Table for estimating the goodness of fit of empirical distributions. *The annals of mathematical statistics* 19(2): 279-281.
- Sraj, M., et al. (2015). "Bivariate flood frequency analysis using the copula function: a case study of the Litija station on the Sava River." *Hydrological Processes* 29(2): 225-238. doi:10.1002/hyp.10145.
- Wang, Q., et al. (2021). "Pronounced increases in future soil erosion and sediment deposition as influenced by Freeze–Thaw Cycles in the Upper Mississippi River Basin." *Environmental Science & Technology* 55(14): 9905-9915.
- Xu, K., et al. (2014). "Joint probability analysis of extreme precipitation and storm tide in a coastal city under changing environment."